Лекция 2

«Основные понятия механики»

PhD, Жақыпов Әлібек Серікұлы

Основные понятия механики

- **Механика** - учение о простейшей форме движения материи, которое состоит в перемещении тел или их частей относительно друг друга. Механика - учение о механическом движении.
- Механика состоит из кинематики, статики и динамики.
- **Материальная точка** – это тело, имеющее массу, размерами которого можно пренебречь по сравнению с размерами, характеризующими движение этого тела.
- Совокупность нескольких тел, каждое из которых можно считать материальной точкой, называется **системой материальных точек**.

Основные понятия механики

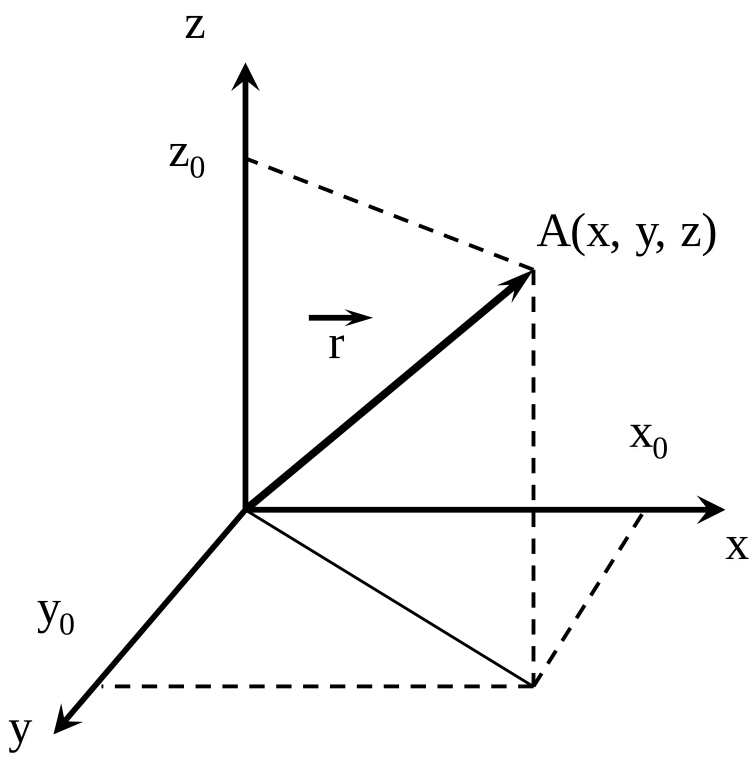
- ✓**<u>Абсолютно твердое тело</u>** - система материальных частиц, расстояние между которыми не изменяется при произвольных перемещениях этой системы. Это тело, которое ни при каких условиях не деформируется.

- ✓ **<u>Механическое движение</u>** – это процесс изменения положения тела или его частей по отношению к другим телам или друг другу.

- ✓ Произвольно выбранное неподвижное тело, по отношению к которому рассматривается движение данного тела, называется **<u>телом отсчета</u>**.

- ✓ **<u>Система отсчета</u>** – это совокупность системы координат, часов и тела отсчета.

Кинематика



$$\vec{r} = \vec{i}\,x_0 + \vec{j}\,y_0 + \vec{k}\,z_0$$

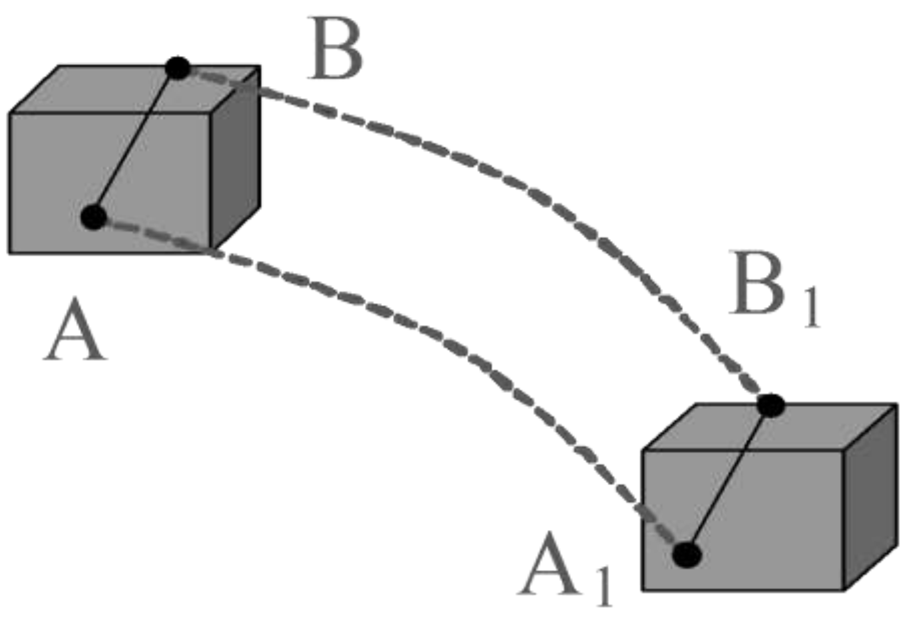
Положение точки однозначно определяется 3-мя координатами A(x, y, z).

$$x_0 = f_1(t),\ y_0 = f_2(t),\ z_0 = f_3(t)$$

Эти уравнения являются уравнениями движения материальной точки. Совокупность последовательных положений точки А в процессе ее движения, называется **траекторией движения точки**.

Вектор, соединяющий начало координат и материальную точку, называется **радиус вектором**.

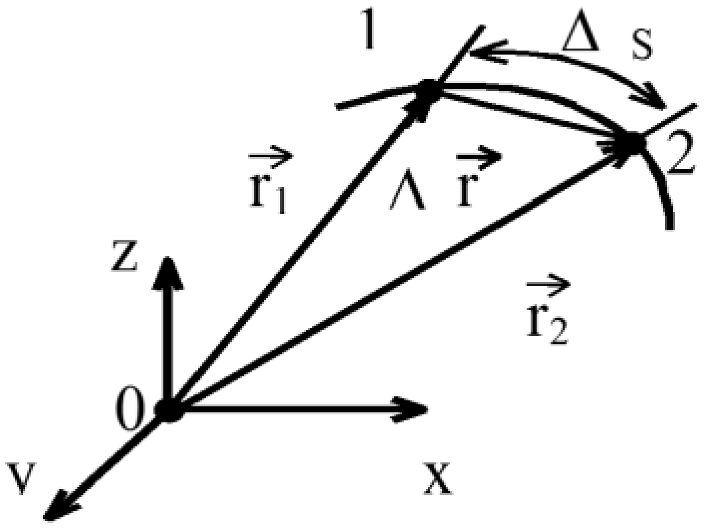
Поступательное движение

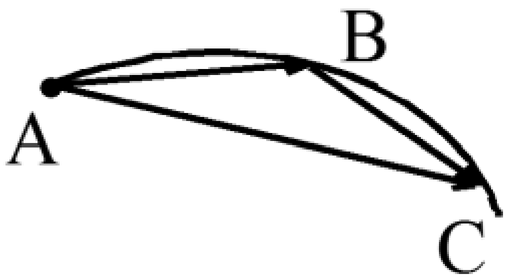


прямая AB
параллельна
прямой A1B1

- **<u>Поступательное движение</u>** – это такое движение, при котором тело перемещается параллельно самому себе. При этом все точки описы-вают одинаковые траекторий, смещенные друг относительно друга.
- Поступательное движение абсо-лютно твердого тела может быть охарактеризовано движением какой-либо одной его точки, например, центра масс.
- Для характеристики поступатель-ного движения тела (материальной точка) вводится понятие **<u>перемещения</u>**.
- **<u>Перемещением</u>** называется вектор, соединяющий начальное положе-ние тела с его конечным положе-нием.ы

Поступательное движение





Если положение точки в декартовой системе координат задано радиус-вектором, то **перемещение** можно определить как разность **радиус векторов**, характеризующих конечное (2) и начальное (1) положения точки, движущейся в течение промежутка времени $\mathbf{\Delta t = t_2 - t_1}$

$$\mathbf{\Delta r = r_2 - r_1}$$

Проекции вектора перемещения на координатные оси 0X, 0У, 0Z:

$\Delta r_x = x_2 - x_1 = \Delta x$

$\Delta r_y = y_2 - y_1 = \Delta y$

$\Delta r_z = z_2 - z_1 = \Delta z$

Δx, Δy, Δz – перемещение точки вдоль соответствующих осей. Расстояние (A, B, C), пройденное телом при его движении по траектории, равно **пути S**.

Путь - величина **скалярная**.

Скорость

<u>Мгновенная линейная скорость</u> – это физическая величина равная пределу, к которому стремится отношение элементарного перемещения Δr за промежуток времени Δt, в течение которого совершается это перемещение, при Δt→0.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'$$

Мгновенная скорость v - векторная величина, имеющая <u>то</u> <u>же</u> <u>направление</u>, что и <u>касательная</u> к траектории, т.к. вектор мгновенной скорости v совпадает с вектором достаточно малого перемещения dr за малое время ***dt***. Мгновенная скорость <u>численно</u> равна первой производной от перемещения по времени.

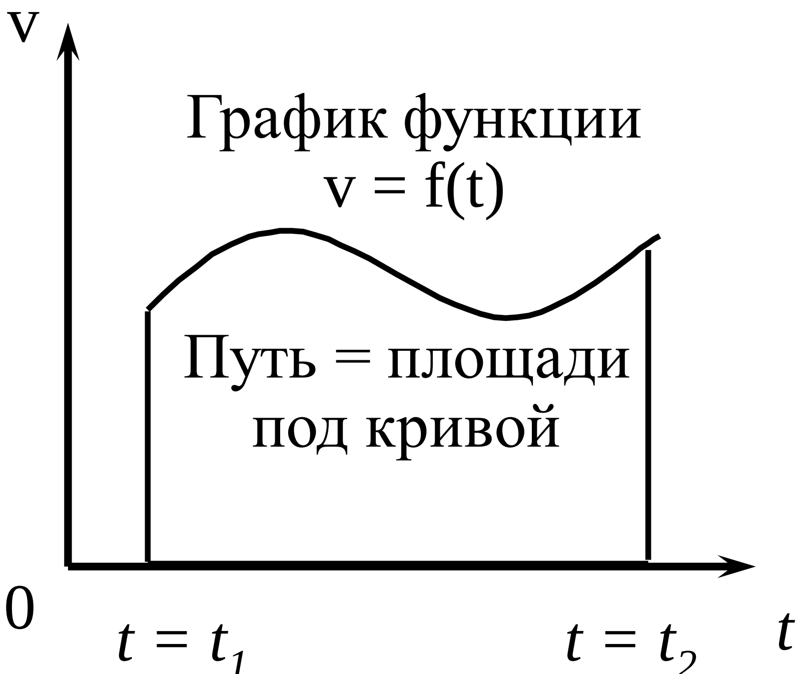
<u>Средняя скорость</u> за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ – это физическая величина, равная отношению вектора перемещения Δr к длительности промежутка времени Δt:

$$\vec{v}_{ср.} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Скорость

<u>Средняя скалярная (путевая) скорость</u> - физическая величина, определяемая отношением пути ΔS, пройденного точкой за промежуток времени Δt к длительности этого промежутка:

$$\boxed{v_{ср.} = \frac{\Delta S}{\Delta t}}$$ следовательно $$dS = v\,dt$$ и $$\boxed{S = \int_{t_1}^{t_2} v\,dt}$$



Величину пройденного точкой пути можно представить графически как <u>площадь</u> фигуры, ограниченной кривой:
$\mathbf{v} = \boldsymbol{f(t)}$, прямыми $\boldsymbol{t = t_1}$ и $\boldsymbol{t = t_2}$ и осью времени на графике скорости.

Ускорение

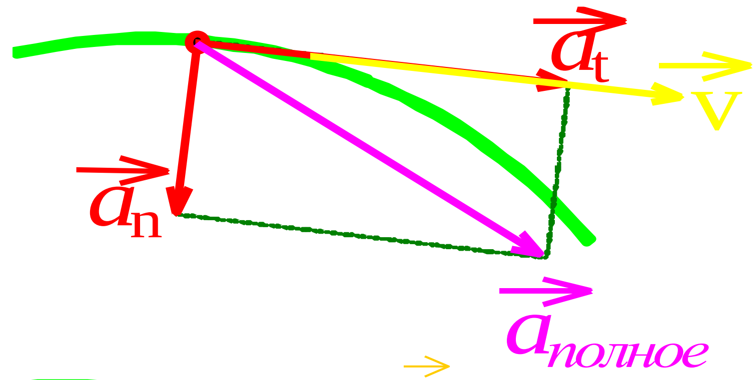
При движении точки мгновенная скорость может меняться как по величине, так и по направлению. При этом вектор v стремится к некоторому пределу, называемому линейным ускорением:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)$$

<u>Ускорение</u> - векторная величина, характеризующая изменение скорости в единицу времени, численно равная первой производной от мгновенной скорости по времени или второй производной от перемещения по времени.

Вектор ускорения $\boldsymbol{a}$ представляют в виде 2-х взаимно перпендикулярных векторов: $\boldsymbol{a}_n$ – <u>нормального ускорения</u> (перпендикуляр к траектории), $\boldsymbol{a}_\tau$ – <u>тангенциального ускорения</u> (по касательной к траектории).

Ускорение

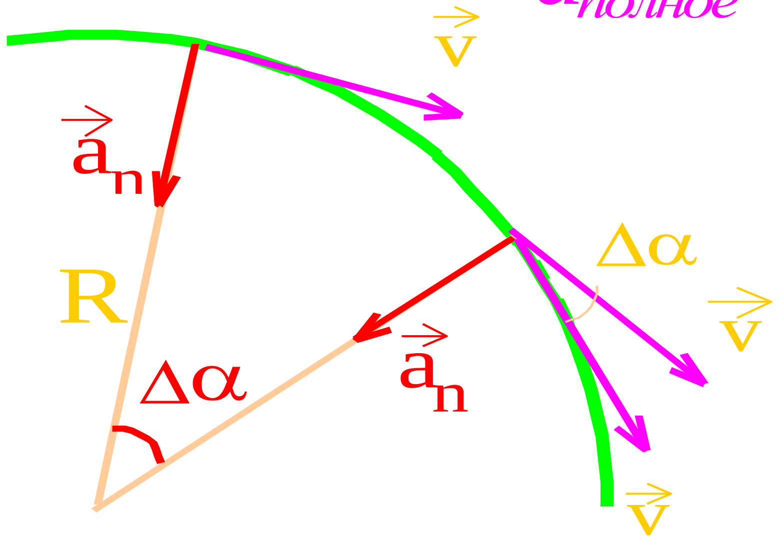


Полное ускорение:

$$\vec{a}_{полное} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$$

Численное значение полного ускорения:

$$|\vec{a}_{полное}| = \sqrt{|\vec{a}_n|^2 + |\vec{a}_\tau|^2}$$



За малый промежуток времени dt тангенциальное ускорение изменяет только величину скорости, но не ее направление.

Нормальное ускорение a_n изменяет только направление скорости.

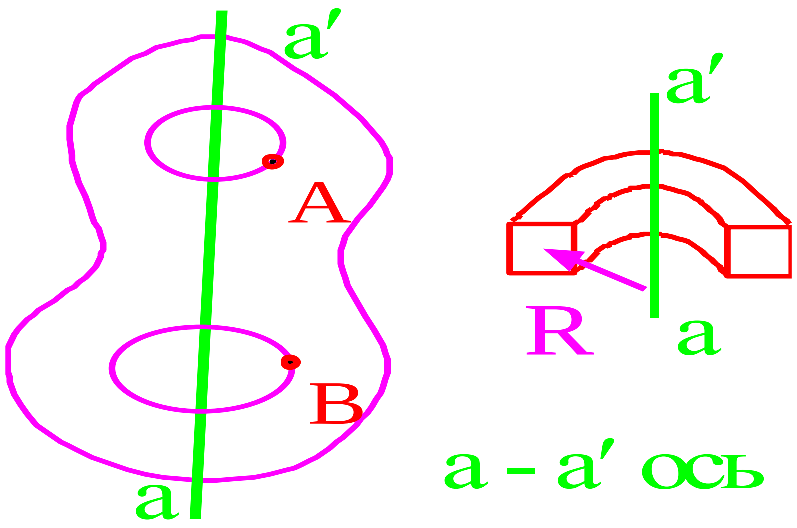
$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt}\vec{\tau}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}\vec{n}$$

где τ, n – единичные вектора (тангенциаль и нормаль).

Вращательное движение (Угловая скорость)

При вращательном движении точки тела описывают окружности, расположенные в параллельных плоскостях. Центры всех окружностей лежат на одном прямой, перпендикулярной к плоскостям окружностей и называемой осью вращения.



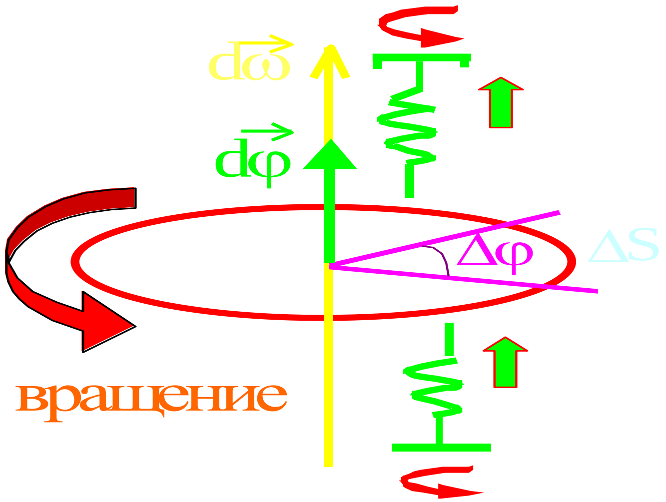
Вектор элементарного углового перемещения – это «псевдо» вектор, модуль которого равен углу поворота, а направление параллельно оси вращения и определяется правилом правого винта (буравчика).

Угловая скорость – вектор, равный первой производной от угла поворота. Она направлена так же, как и вектор элементарного углового перемещения (вдоль оси по правилу буравчика).

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Размерность: $с^{-1}$

Вращательное движение (Угловая скорость)



Найдем связь между линейной скоростью **v** точки, находящейся на расстоянии **R** от оси и угловой скоростью **ω**:

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} =$$

$$R \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R \cdot \omega$$

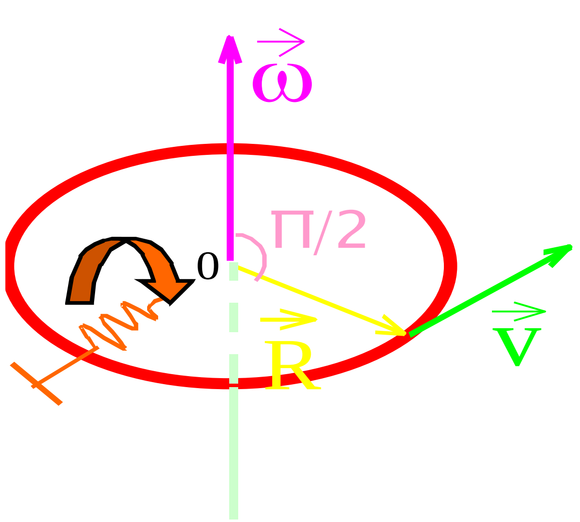
Итак: $V = R \cdot \omega$

Либо в векторной форме: $\vec{V} = \left[\vec{R} \times \vec{\omega}\right]$

$$\left|\vec{v}\right| = \left|\vec{R}\right| \cdot \left|\vec{\omega}\right| \cdot \sin(\vec{\omega}, \vec{R})$$

Модуль вектора скорости определим по правилу векторного произведения:

Вращательное движение (Угловая скорость)



Направление скорости V определяется правилом правого винта (буравчика). Винт располагаем перпендикулярно оси и вращаем от ω к R.

Таким образом, чем дальше отстоит точка от оси вращения, тем больше ее линейная скорость.

При ω=const существует время полного оборота тела.

<u>Период вращения T</u> – это время за которое совершается телом <u>один полный</u> оборот. При этом:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \frac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$d\varphi = 2\pi \rightarrow (360^{\circ})$$

$$dt = T$$

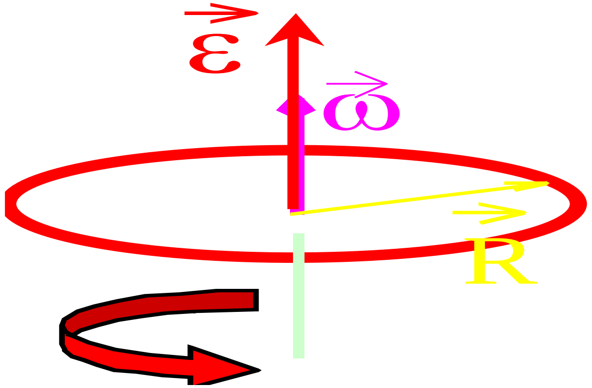
Число оборотов в единицу времени есть <u>частота вращения</u>.

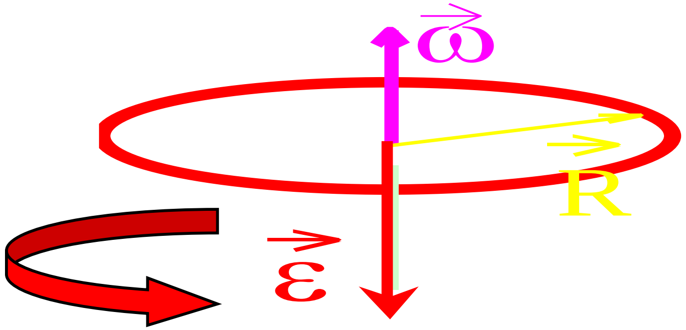
$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \omega = 2\pi\nu$$

Угловое ускорение

Угловое ускорение – это вектор, модуль которого равен первой производной от угловой скорости, а направление определяется правилом правого винта (буравчика).

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$$





Направления **ω** и **ε** совпадают при: $\frac{d\vec{\omega}}{dt} > 0$

Тело раскручивается.

Направления **ω** и **ε** противоположны при: $\frac{d\vec{\omega}}{dt} < 0$

Тело замедляется.

Угловое ускорение

Найдем связь между линейными ускорениями и угловыми:

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left\{\vec{v} = \vec{\omega}\vec{R}\right\} = \frac{d\left(\vec{\omega}\vec{R}\right)}{dt} = \vec{R}\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{R}\vec{\varepsilon}$$

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n} = \left\{\vec{v} = \vec{\omega}\vec{R}\right\} = \frac{\omega^2 R^2}{R}\vec{n} = \omega^2\vec{R}$$

Итого:

$$\vec{a}_\tau = \vec{R}\vec{\varepsilon} \qquad \vec{a}_n = \omega^2\vec{R} \qquad \vec{a}_{\text{полное}} = \vec{R}\vec{\varepsilon} + \omega^2\vec{R}$$

$$S = R\varphi \qquad v = R\omega$$

При ε=const : $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ $\qquad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$

Литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. шк., 1990.- 478 с.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики М.: Высш. шк., 1989.- 608 с.
3. Савельев И.В. Общий курс физики. Т1. Механика. Молекулярная физика. М.: Наука, 1988.- 416 с.
4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики.- М.: Наука, 1985.
5. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т.1,2,3.-М.: Наука, 1974,1980
6. Сивухин Д.В. Курс общей Физики. – М.: Наука, 1986. Т.